

Egyszerűsítések, átalakítások Megoldások

- 1) Egyszerűsítse a következő törtet! (x valós szám, $x \neq 0$) (2 pont)

$$\frac{x^2 - 3x}{x}$$

Megoldás:

A számláló átalakítva: $x(x - 3)$. (1 pont)

Látjuk, hogy x ismeretlennel le tudunk egyszerűsíteni.

A tört egyszerűsítve: $x - 3$. (1 pont)

Összesen: 2 pont

- 2) A d és az e tetszőleges valós számot jelöl. Adja meg annak az egyenlőségnek a betűjelét, amelyik biztosan igaz (azonosság)! (2 pont)

a) $d^2 + e^2 = (d + e)^2$

b) $d^2 + 2de + e^2 = (d + e)^2$

c) $d^2 + de + e^2 = (d + e)^2$

Megoldás:

b) (teljes négyzet) (2 pont)

Összesen: 2 pont

- 3) Írja fel az $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$ kifejezést (ahol x és y nem 0) úgy, hogy ne szerepeljen benne negatív kitevő! (2 pont)

Megoldás:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2} \quad (2 \text{ pont})$$

Összesen: 2 pont

- 4) Döntse el mindegyik egyenlőségről, hogy igaz, vagy hamis minden valós szám esetén!

a) $b^3 + b^7 = b^{10}$ (1 pont)

b) $(b^3)^7 = b^{21}$ (1 pont)

c) $b^4 b^5 = b^{20}$ (1 pont)

Megoldás:

A hatványozás azonosságai alapján:

a) hamis (1 pont)

b) igaz (1 pont)

c) hamis (1 pont)

Összesen: 2 pont

5) Jelölje meg annak a kifejezésnek a betűjelét, amelyik az $ax^2 + dx + e = 0$ egyenlet diszkriminánsa!

a) $d^2 - ae$

b) $d^2 - 4ae$

c) $\sqrt{d^2 - 4ae}$

(2 pont)

Megoldás:

A keresett betűjel: **b**).

(2 pont)

Összesen: 2 pont

6) Az a és b valós számokról tudjuk, hogy $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = 20$. Mekkora $a + b$ értéke?

(2 pont)

Megoldás:

$$\frac{(a - b)(a + b)}{a - b} = 20$$

Az egyszerűsítés után marad, hogy $a + b = 20$.

(2 pont)

Összesen: 2 pont

7) Válassza ki azokat az egyenlőségeket, amelyek nem igazak minden valós számra!

(2 pont)

a) $\sqrt{(x - 2)^4} = (x - 2)^2$

b) $\sqrt{(x - 2)^2} = (x - 2)$

c) $\sqrt{(x - 2)^2} = 2 - x$

Megoldás:

b), c)

(1+1 pont)

Összesen: 2 pont

8) Egyszerűsítse a következő törtet! (a ; b valós szám, $a \cdot b \neq 0$)!

$$\frac{a^2b - 2ab}{ab}$$

(2 pont)

Megoldás:

$$\frac{ab \cdot (a - 2)}{ab} = a - 2$$

(2 pont)

Összesen: 2 pont

9) Egyszerűsítse az $\frac{x + 8}{x^2 + 8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x \notin \{-8; 0\}$. (2 pont)

Megoldás:

Az egyszerűsített tört: $\frac{1}{x}$.

(2 pont)

Összesen: 2 pont

10) Egyszerűsítse a következő törtet, ahol $b \neq 6$!

$$\frac{b^2 - 36}{b - 6}$$

(2 pont)

Megoldás:

Az egyszerűsítés utáni alak: **$b + 6$** . (2 pont)
Összesen: **2 pont**

11) Ha $a \neq 1$, akkor az alábbi egyenletek közül melyik azonosság?

- a) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a - 1$
- b) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a$
- c) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a + 1$
- d) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = 0$ (2 pont)

Megoldás:

b) (2 pont)
Összesen: **2 pont**

12) Egyszerűsítse az alábbi törtet, ahol $x \neq \pm 3$!

$$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$$
 (3 pont)

Megoldás:

A tört egyszerűsített alakja: $\frac{x - 3}{x + 3}$. (3 pont)
Összesen: **2 pont**

13) Végezze el a következő műveleteket, és vonja össze az egynemű kifejezéseket! A számítás menetét részletezze!

$$(x - 3)^2 + (x - 4) \cdot (x + 4) - 2x^2 + 7x$$
 (3 pont)

Megoldás:

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ (1 pont)
 $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$ (1 pont)
Az összevont alak: **$x - 7$** . (1 pont)
Összesen: **2 pont**

14) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- A: Minden valós szám abszolút értéke pozitív.
- B: $16^{\frac{1}{4}} = 2$
- C: Ha egy szám osztható 6-tal és 9-cel, akkor biztosan osztható 54-gyel is. (2 pont)

Megoldás:

A: Hamis
B: Igaz
C: Hamis (2 pont)
Összesen: **2 pont**

15) Egyszerűsítse az $\frac{a^3 + a^2}{a + 1}$ törtet, ha $a \neq -1$! (2 pont)

Megoldás:

Az egyszerűsítés utáni alak: a^2 (2 pont)

Összesen: 2 pont

16) A b -nek hanyadik hatványával egyenlő a következő művelet sor eredménye?

$$\frac{(b^2)^5 \cdot b^3}{b} \quad (b \neq 0) \quad (2 \text{ pont})$$

Megoldás:

Hatványt úgy hatványozunk, hogy a kitevőket összeszorozzuk: $(b^2)^5 = b^{10}$.

Azonos alapú hatványok szorzásánál a kitevőket összeadjuk: $b^{10} \cdot b^3 = b^{13}$.

Azonos alapú hatványok osztásánál a kitevőket kivonjuk egymásból: $\frac{b^{13}}{b} = b^{12}$.

Tehát a művelet sor eredménye b -nek 12. hatványa. (2 pont)

Összesen: 2 pont

17) A 2 hányadik hatványával egyenlő az alábbi kifejezés?

$$\frac{2^7 \cdot (2^3)^4}{2^5} \quad (2 \text{ pont})$$

Megoldás:

A hatványozás azonosságait felhasználva a 2 14. hatványa. (2 pont)

Összesen: 2 pont

18) Az alábbi számok közül melyik az, amelyik a 2^{100} szám kétszeresével egyenlő? 2^{101} ; 2^{102} ; 2^{200} ; 4^{100} . (2 pont)

Megoldás:

A hatványozás azonosságait felhasználva a megoldás a 2^{101} . (2 pont)

Összesen: 2 pont